

Bibliographie.

Paul Dubreil, Algèbre I. Équivalences, opérations, groupes, anneaux, corps. Deuxième édition revue et augmentée (Cahiers scientifiques, publiés sous la direction de M. Gaston Julia, fascicule XX), XII+468 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1954.

Les trois premiers chapitres exposent les éléments de la théorie des ensembles et les notions fondamentales de l'algèbre abstraite, y compris les éléments de la théorie des treillis, développent les propriétés les plus simples et les plus importantes des groupes, et discutent en détail des groupes de transformations.

Le chapitre IV traite des relations d'équivalence régulière (autrement dit, relations de congruence) opérant dans un groupoïde, dans un groupe ou dans un anneau, puis, en les appliquant, on introduit le concept des sous-groupes invariants et des idéaux. On traite en particulier de la théorie des idéaux dans les anneaux noethériens.

Le chapitre V est consacré à l'étude de quelques problèmes d'extension concernant des demi-groupes et des corps. Il commence par étudier le problème de plonger un demi-groupe dans un groupe et, particulièrement, de plonger un anneau dans un corps; ensuite, après avoir analysé les propriétés des corps ordonnés, il nous conduit à la méthode de complétion de ces corps; enfin, il fait quelques remarques générales sur les extensions algébriques et sur les extensions transcendentes des corps.

Le chapitre VI commence par discuter du problème de factorisation des éléments dans un anneau et, en appliquant les résultats obtenus, il traite d'une condition nécessaire et suffisante, donnée par W. KRULL, pour que les éléments d'un domaine d'intégrité avec élément-unité soient à factorisation unique. Puis les anneaux de polynômes (sur un anneau commutatif) et leurs idéaux sont étudiés en détail, particulièrement le théorème de la base finie de HILBERT et quelques théorèmes fondamentaux concernant l'irréductibilité des polynômes.

La première partie du chapitre VII a pour sujet la théorie des équations algébriques. On indique d'abord quelques propriétés générales des équations sur un anneau, puis on traite des équations sur un corps. Comme application à la géométrie algébrique on y trouve le théorème de NOETHER sur les idéaux de polynômes. Dans la seconde partie du chapitre on démontre d'abord le théorème fondamental de la théorie des fonctions symétriques, puis on l'applique pour étudier les propriétés les plus importantes des nombres algébriques, particulièrement des entiers algébriques.

Quelques notes, à la fin du volume, apportent différents compléments, utiles à la compréhension de certains passages.

Un second volume est en préparation.

Ce qui caractérise la méthode du livre, c'est que le point de départ de la discussion est toujours le plus général possible; ainsi, après avoir analysé systématiquement les propriétés essentielles des notions introduites, on arrive aux problèmes centraux de l'Algèbre par spécialisation.

Comparée à la première édition, de 1946, la seconde, que nous présentons, est considérablement augmentée (de 150 pages environ). Signalons, parmi les nombreuses additions, les suivantes. Un rôle important a été donné, particulièrement dans l'étude des relations transitives, des sous-groupes invariants et des idéaux, aux ensembles partiellement ordonnés et à la théorie des treillis; la place consacrée à la théorie des demi-groupes et à l'étude de leurs relations d'équivalence a été fort élargie; la discussion des équivalences régulières a été complétée par un paragraphe sur la décomposition multiplicative des éléments d'un demi-groupe abélien avec élément unité; la note III, consacrée à l'axiome du choix, a été complétée par quelques pages sur le théorème de ZORN, les conditions de HAUSDORFF et de TUKEY; quelques nouveaux exercices ont été ajoutés; etc.

Ce livre, ne supposant aucune connaissance préalable des mathématiques supérieures, et traitant de tous les problèmes avec minutie, est aussi un très bon ouvrage d'introduction à l'Algèbre abstraite, mais sa lecture est surtout profitable aux lecteurs possédant déjà une certaine culture mathématique.

G. Szász (Szeged)

N. Dequoy, Axiomatique intuitionniste sans négation de la géométrie projective (Collection de logique mathématique, Série A, fascicule VI), 108 pages, Paris et Louvain, Gauthier-Villars et E. Nauwelaerts, 1955.

Ce travail a pour sujet l'axiomatique de la géométrie projective selon la conception de "l'intuitionnisme sans négation". La dénomination de cette théorie prétend exprimer que son point de départ est l'intuitionnisme et que son développement a pour élément essentiel la suppression de la négation et de tout ce qui y est lié.

Du point de vue mathématique le livre a pour intérêt principal que les axiomes d'incidence ici traités diffèrent considérablement de ceux qui sont usuels dans la construction axiomatique de la géométrie projective. En effet, les axiomes usuels sont ici essentiellement affaiblis (par exemple, dans le cas des deux points écartés il est supposé seulement qu'ils déterminent *au moins* une droite); on a dû néanmoins ajouter deux axiomes complémentaires, "l'axiome du triangle" et "l'axiome du tétraèdre".

G. Szász (Szeged)

H. Pailloux, Un aspect du calcul tensoriel (Mémoires des sciences mathématiques, fascicule 130), 74 p., Paris, Gauthier-Villars, 1955.

Le calcul tensoriel classique développé pour les espaces à r dimensions E_r est étendu dans ce fascicule à certains espaces fonctionnels E . Une différence significative du calcul tensoriel de l'espace E à celle de l'espace E_r est que, tandis que l'indice muet indique, dans E_r , une sommation, il indique dans E une intégration. Pour que ce calcul soit possible pour E , il est nécessaire que certaines équations intégrales admettent une solution. Cette condition se réduit, dans le cas de E_r , à ce que les systèmes de n équations linéaires à n inconnues qui apparaissent au cours du calcul, aient une solution.

Quelques applications en Mécanique montrent l'importance et l'utilité de la théorie, et font espérer que la théorie trouvera des applications aussi dans d'autres domaines de la Physique mathématique.

Table des matières: I. Calcul tensoriel et calcul fonctionnel. II. Premières variétés de l'espace E . III. L'intégration. IV. Géodésiques d'une variété riemannienne et nouvelles variétés. V. Mécanique analytique. VI. Remarques au sujet d'une équation intégrale.

A. Moór (Debrecen)

Gaston Julia, Cours de Géométrie infinitésimale. Deuxième édition entièrement refondue. Paris, Gauthier-Villars.

Deuxième Fascicule. *Cinématique et Géométrie cinématique.* Première Partie: *Généralités*, 80 pages, 1955.

Ce fascicule traite des idées fondamentales de la cinématique du point et du corps solide, mais il embrasse aussi des applications intéressantes nouvelles de la composition des mouvements. Citons en particulier l'étude des mouvements inverses. A l'aide de deux mouvements inverses on peut établir une sorte de dualité entre les points et les plans de l'espace à trois dimensions. Si, p. e., le point M lié au système invariable S_2 se meut par le mouvement S_2/S_1 dans un plan Π lié à un autre système invariable S_1 , alors le plan Π passe par le mouvement inverse S_1/S_2 par un point fixe. (Le symbole S_2/S_1 désigne le mouvement du système S_2 par rapport au système S_1). Sur les théories exposées on peut voir combien intimement sont liées la Géométrie et la Cinématique. Les plus beaux exemples de cette connexion sont la méthode de Poincaré pour construire la normale d'une surface, et l'analyse des singularités d'une surface par cette méthode.

Table des matières: Chap. II. Cinématique du point. Chap. III. Cinématique du corps solide. — Généralités. Étude des vitesses et des accélérations. Chap. IV. Composition des mouvements. — Applications. Chap. V. Détermination du mouvement fini d'un solide connaissant à chaque instant le mouvement instantané. Méthode du trièdre mobile.

Troisième fascicule. *Géométrie infinitésimale.* Première partie: *Méthodes générales. Théorie des courbes*, 220 pages, 1955.

Dans ce fascicule l'A. étudie plusieurs problèmes intéressants de la géométrie différentielle. Les théories discutées sont développées pour les espaces à deux et trois dimensions, mais avec quelques modifications faciles il serait possible le plus souvent de les étendre aux espaces à plus de trois dimensions. Pour les transformations de contact l'A. donne explicitement les formules dans l'espace à $(n+1)$ dimensions. Beaucoup d'applications et d'exemples particuliers montrent l'importance et l'applicabilité des théories développées. La théorie de contact est d'importance notamment dans la théorie des courbes gauches, parce qu'elle permet d'obtenir d'une manière élégante les éléments osculateurs des courbes.

Table des matières: Chap. VI. Généralités sur la représentation analytique des courbes, des surfaces, et sur leurs éléments différentiels du premier ordre. Chap. VII. Théorie du contact. Chap. VIII. Théorie des enveloppes. Chap. IX. Transformation de contact. Chap. X. Étude particulière des familles de droites à un, deux et trois paramètres. Chap. XI. Étude des courbes gauches ou planes.

Quatrième fascicule. *Cinématique et Géométrie cinématique.* Deuxième Partie: *Étude approfondie du mouvement d'un corps solide*, 88 pages, 1955.

Les résultats du troisième fascicule, c'est-à-dire les théorèmes de la géométrie infinitésimale des courbes sont liés dans ce fascicule aux théorèmes de la cinématique. Les quantités cinématiques sont exprimées ainsi par les invariants différentiels des courbes.

La formule la plus importante de la première section est celle d'Euler-Savary, qui détermine le centre de courbure d'une roulette (à savoir de la trajectoire d'un point quelconque du plan mobile). Avec beaucoup d'applications géométriques de cette formule fondamentale, l'A. traite aussi de quelques autres théorèmes intéressants de la géométrie cinématique, comme p. e. le corollaire au page 23 Si les quatre plans mobiles $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_4$ glissent l'un sur l'autre et si I_{kl} désigne le centre instantané de rotation de Π_k/Π_l , alors les six I_{kl} distincts sont les sommets d'un quadrilatère complet.

Après une définition convenable des propriétés différentielles de premier et de second ordre de la géométrie sphérique, l'A. montre d'une manière élégante que le mouvement d'un solide ayant un point fixe est une généralisation directe du mouvement d'une figure plane.

Table des matières: Chap. XII. Mouvement d'une figure plane. Chap. XIII. Mouvement d'un solide ayant un point fixe. Chap. XIV. Mouvement le plus général d'un corps solide.

A. Moór (Debrecen)

N. Mihaileanu, *Geometrie neeuclidiană*, 143 p., București, Editura Academiei Republicii Populare Romîne, 1954.

Die Absicht des Verf. ist eine leichtverständliche, orientierende Einführung in die nichteuklidische Geometrie zu bieten. Dementsprechend verzichtet er auf den axiomatischen Aufbau des zur Darstellung bestimmten Stoffes und bereitet vielmehr den Leser durch Modelle im euklidischen Raume zur Auffassung des Raumes im nichteuklidischen Sinne vor. Betrachtet man die durch irgendwelchen Punkt des euklidischen Raumes gehenden Geraden und Ebenen als Punkte und Gerade, so erhält man das einfachste Modell der projektiven Ebene. Wenn hingegen weitergehend — gestützt auf die Begriffe der Orthogonalität und des Winkels — auch die metrischen Verhältnisse eingeführt werden, dann gewinnt man ein einfaches Modell der elliptischen Ebene. Die um den Mittelpunkt des Modells als Zentrum beschriebene Kugel wird durch die die Punkte der projektiven bzw. elliptischen Ebene repräsentierenden Geraden in diametral entgegengesetzten Punkten getroffen. Wenn die Elemente eines solchen Punktpaares als ein einziger Punkt aufgefaßt werden, gelangen wir zu einem noch plastischeren, sphärischen Bilde der projektiven, bzw. elliptischen Ebene. Das Studium der sphärischen Kegelschnitte leitet zum Begriffe des absoluten Gebildes und führt, nach einer entsprechenden Wahl der Metrisierung zur einheitlichen Auffassung der elliptischen, parabolischen und hyperbolischen Geometrie. Auf Grund dieser Vorbereitung begreift der Leser schon leicht die Äquivalenz der verschiedenen Modelle und ist zur Aufnahme eines streng axiomatischen Aufbaues der Geometrie genügend vorbereitet — die ihm nunmehr keine Schwierigkeit verursachen dürfte.

Das Buch gliedert sich in fünf Teile. Der erste Teil bespricht die sphärische Geometrie, im Laufe der Behandlung der sphärischen Kegelschnitte gelangen wir mit Hilfe des absoluten Gebildes zu den Laguerreschen Formeln. Der zweite Teil legt auf Grund des projektiven Maßes die einheitliche Auffassung der Geometrien dar, und geht auf die klassischen Begriffe und Sätze der nichteuklidischen Trigonometrie und auf die nichteuklidische Bewegung ausführlich ein. Der dritte Teil behandelt die analytische Geometrie der hyperbolischen Ebene und des hyperbolischen Raumes. Der vierte Teil bespricht einige differentialgeometrische Fragen, wie Linien und Bogenelement, Krümmung, geodätische Gebilde, Frenet-sche Formeln, die Pseudosphäre, den Riemannschen Raum. Der fünfte Teil behandelt die Poincaréschen und Kleinschen Modelle, ferner wird das Hilbertsche Axiomensystem dargelegt und es wird betont, daß die Axiome der Verknüpfung, der Anordnung, der Kongruenz, der Stetigkeit sowohl mit dem euklidischen als auch mit dem hyperbolischen Parallelenaxiom verträglich sind.

Franz Kárteszi (Budapest)

Karl Strubecker, *Differentialgeometrie I. Kurventheorie der Ebene und des Raumes* (Sammlung Göschen, Bd. 1113/1113a), 150 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter & Co., 1955.

Der Inhalt dieses Bändchens steht zu seinem Umfang in einem günstigen Verhältnis. Das Buch gliedert sich in zwei Abschnitte, die die Differentialgeometrie der ebenen Kurven

bzw. die Theorie der Raumkurven behandeln. Gelegentlich werden auch komplexe analytische Kurven betrachtet; so z. B. das letzte Kapitel des zweiten Abschnittes beschäftigt sich mit der Theorie der krummen isotropen Raumkurven. Zahlreiche Beispiele machen die Darstellung lebendig. So ist das Bändchen ein brauchbares Hilfsbuch für Studenten und auch für Vortragenden der einführenden differentialgeometrischen Vorlesungen.

T. Szerényi (Szeged)

H. Hermes, Einführung in die Verbandstheorie (Die Grundlagen der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band LXXIII), VIII + 164 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1955.

Das Buch beschäftigt sich größtenteils mit den Elementen der Verbandstheorie; gibt aber auch einige Anwendungen auf die abstrakte Algebra, projektive Geometrie, Topologie und mathematische Logik.

Zuerst werden die grundlegenden Begriffe der Verbandstheorie (algebraische und ordnungstheoretische Definition, Isomorphismus, Ordnungs- und Verbandshomomorphismus, Teilverbände u. s. w.) und die einfachsten Eigenschaften der wichtigsten Verbandsklassen (distributive und modulare, vollständige, komplementäre und atomare Verbände) besprochen, dann kommt eine eingehende Untersuchung der modularen, distributiven und Booleschen Verbände. Anschließend werden die obenerwähnten Anwendungen, und zwar die verbandstheoretische Charakterisierung der projektiven Geometrien, die wichtigsten Eigenschaften der Verbände von Äquivalenzrelationen in Mengen, der Verfeinerungssatz von SCHREIER, die verbandstheoretische Interpretation der lineare Abhängigkeit, die algebraische bzw. die topologische Charakterisierung der Booleschen Verbände und deren Beziehungen mit der klassischen Aussagenlogik dargestellt. In einem Anhang werden die im Text verwendeten logischen und mengentheoretischen Begriffe und weiter einige Begriffe aus der universellen Algebra zusammengestellt.

Dieses sorgfältig geschriebene Buch hat tatsächlich den Charakter einer Einführung und ist ein wohl brauchbares Werk für Anfänger in der Verbandstheorie. Nur die Beispiele, die aus der Geometrie, der Algebra und der Topologie gewählt sind, setzen eine gewisse mathematische Allgemeinbildung voraus.

G. Szász (Szeged)

Lothar Heffter, Begründung der Funktionentheorie auf alten und neuen Wegen, VIII + 63 S., Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1955.

Das Büchlein behandelt verschiedene (notwendige und) hinreichende Bedingungen für die Analytizität einer Funktion $f(z)$, d. h. für ihre Darstellbarkeit als Summe einer Potenzreihe um jeden Punkt eines Gebietes G . Diese Bedingungen sind die von CAUCHY (Existenz und Stetigkeit von $f'(z)$), die von GOURSAT (Existenz von $f'(z)$) und die von MORERA (Verschwinden des Integrals von $f(z)$ am Rande jedes achsenparallelen Rechtecks $R \subset G$). Die Hinlänglichkeit der letzten Bedingung wird neben der klassischen Beweis-methode auch durch zwei verschiedene Beweisverfahren des Verfassers bewiesen. Es ist sehr enttäuschend, daß der Verfasser, obwohl er einen neuen einfachen Beweis des Looman—Menschoffschen Satzes verspricht, am Anfang desselben aber die gleichmäßige partielle Differenzierbarkeit von $u(x, y)$ und $v(x, y)$ voraussetzt, woraus natürlich die Stetigkeit der partiellen Ableitungen u_x, u_y, v_x, v_y folgt, so daß der wesentliche Inhalt des erwähnten Satzes umgegangen und das ganze Problem unmittelbar auf die klassische Cauchysche Bedingung zurückgeführt wird.

Die notwendigen Vorkenntnisse werden in einem einleitenden Kapitel zusammengefaßt. Auch hier findet man einige Fehler. Es wird z. B. behauptet, daß die Summen

$U_n = \sum_{i=1}^n u_i \frac{b-a}{n}$, wo $u_i = \inf_{x_{i-1} \leq x \leq x_i} f(x)$, $x_i = a + i \frac{b-a}{n}$ ist, mit wachsendem n

nicht abnehmen (S. 10), was natürlich im allgemeinen nicht zutrifft. Unrichtig ist auch die Behauptung, daß der Konvergenzradius einer beliebigen Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$ gleich

$\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{c_k}{c_{k+1}} \right|$ ist (S. 27). Ebenso enthält der Beweis der Stetigkeit und Differenzierbarkeit

des Integrals $\int_a^x f(t) dt$ eine wesentliche Lücke (S. 11—12). Es ist noch zu bemerken, daß

auf S. 44 die Bedingung (D) aus der Bedingung (A) nur bei vorausgesetzter Stetigkeit der partiellen Ableitungen f_2 und g_1 folgt.

Ein Anhang gibt Übersicht über die Literatur der Begründung der Funktionentheorie.

Akos Császár (Budapest)

Günter Pickert. Analytische Geometrie (Mathematik und ihre Anwendungen in Physik und Technik, Reihe A, Bd. 24), X + 397 Seiten, Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.—G., 1953.

Die analytische Geometrie wurde auch in neueren Zeiten in verschiedenartigen Bearbeitungen den interessierten Lesern vorgelegt. Das vorliegende Buch bringt eine neue Farbe in diese bunte Manigfaltigkeit. Sein Ziel ist, bei Voraussetzung von möglichst wenigen Vorkenntnissen eine exakte und klare Darstellung der analytischen Geometrie zu geben, die sich an anderen Studien nicht lehnt. Verf. sucht dieses Ziel dadurch erreichen, daß er den Punkt und den Vektor als Grundbegriffe nimmt, und — das Kennntnis des Körpers der reellen Zahlen voraussetzend — stufenweise ein Axiomensystem zusammenstellt (das auch die Definitionen der Vektoroperationen enthält). Auf Grund dieses Axiomensystems wird dann die affine, metrische und projektive Geometrie des n -dimensionalen Raumes entwickelt. Durch diese axiomatische Behandlung vermeidet er einerseits die Benützung elementargeometrischer Vorkenntnisse, andererseits die Gefahr bloß lineare Algebra zu treiben.

Im Mittelpunkt der Betrachtungen steht die analytischen Geometrie des n -dimensionalen Raumes; die Ebene und der 3-dimensionale Raum kommen nur als Spezialfälle oder illustrierende Beispiele vor. Oft werden anstatt des Körpers der reellen Zahlen allgemeinere Schiefkörper oder angeordnete Schiefkörper zugrunde genommen. Obgleich der Apparat der modernen Algebra in großem Maße benutzt wird, behält das Buch seinen geometrischen Charakter. Die Darstellung ist überall interessant und anziehend.

Obwohl die Betrachtungen überall klar und leichtverständlich sind, jedoch scheint das Buch wegen der allgemeinen Voraussetzungen zum Zweck einer Einführung etwas schwierig zu sein. Verf. versucht sich dadurch rechtfertigen, „daß die so erreichte frühzeitige Heranführung des Lernenden an die Begriffsbildungen und Gedankengänge der heutigen Mathematik es lohnt, diese Schwierigkeiten in Kauf zu nehmen.“ Dieser Standpunkt ist natürlich bestreitbar.

Kapitel I, über affine Geometrie, behandelt die Kennzeichnung der reellen affinen Räume, Vektorräume, Gerade und Ebene, Vektorscharen und lineare Unterräume, kanonische Basis einer Vektorschar, Linearformen, lineare Gleichungen, affine Abbildungen, lineare Abbildungen und Matrizen, Multiplikation von linearen Abbildungen und Matrizen, Determinanten, Unterdeterminanten, Eigenwerte und Eigenvektoren, Orientierung.

In Kapitel II, über metrische Geometrie, handelt es sich über: Kennzeichnung der metrischen Räume, inneres Produkt, Winkel, Bewegungen, Inhalt, vektorielles Produkt, Kreis und Kugel, komplexe metrische Räume, Hyperflächen zweiter Ordnung.

Kapitel III, über projektive Geometrie, behandelt die projektiven Räume, Koordinaten und Doppelverhältnisse, Kollineationen, Projektionen, Korrelationen, Polaritäten und Nullsysteme, Quadriken, doppelpunktfreie Quadriken bei Dimension 2 und 3, Übergang zur affinen Geometrie, Linienkoordinaten bei Dimension 3.

Es folgt ein aus drei kurzen Paragraphen bestehender Anhang über trigonometrische Funktionen mit Verwendung des Integrals von $(1+x^2)^{-1}$; Kennzeichnung der projektiven Ebenen ohne Verwendung von Vektoren und Skalaren; endlich die Automorphismen des Körpers der reellen Zahlen (d. h. der Beweis, daß der Körper der reellen Zahlen nur den identischen Automorphismus besitzt).

Zahlreiche Aufgaben dienen zur Vertiefung des behandelten reichhaltigen Stoffes, und der Text ist durch schöne, übersichtliche Abbildungen illustriert.

J. Szendrei (Szeged)

G. Pickert, Lineare Algebra (Enzyklopädie der Math. Wiss., Bd. I, 1. Teil, Heft 3/I), 72 Seiten, Leipzig, B. G. Teubner, 1953.

Diese zwei Artikel der Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften geben eine übersichtliche Darstellung der neueren Entwicklung der linearen Algebra und der Theorie der Matrizen. Der erste Teil des ersten Artikels enthält die Theorie der Moduln und Vektorräume (Linearformen, Dualität in Vektorräumen usw.), der zweite die Theorie der tensoriellen und äußeren Produkte. Der zweite Artikel bringt eine Übersicht über verschiedene mit dem Matrizenbegriff zusammenhängende Fragen (Ähnlichkeit, Äquivalenz von Matrixpaaren, Kongruenz usw.). Der Stoff wird vom Standpunkt der modernen Algebra aus behandelt; den Betrachtungen wird der Begriff eines Moduls über einem beliebigen Ring zugrunde gelegt, welcher Begriff den des Vektorraumes umfaßt. Dementsprechend werden die in der Einleitung angedeuteten mannigfachen Zusammenhänge mit den anderen Gebieten der Mathematik nicht näher verfolgt. Für diesen wird aber der Leser durch die bis 1932 zurückgehenden ausführlichen Literaturangaben entschädigt.

L. Pukánszky (Szeged)

O.-H. Keller, Geometrie der Zahlen (Enzyklopädie der Math. Wiss., Bd. I, 2. Teil, Heft 11/III), 84 Seiten, Leipzig, B. G. Teubner, 1954.

Das Werk referiert über die Ergebnisse auf dem Gebiet der Geometrie der Zahlen bis zum Jahr 1951. Außer der Aufzählung der Resultate werden auch die Grundideen der wichtigsten Beweise angegeben, und eine Reihe von Vermutungen und Problemen mitgeteilt. Das Orientieren wird dem Leser durch manche geschichtliche Bemerkungen erleichtert.

Kapitel A: „Die grundlegenden Sätze über konvexe Körper im Zahlengitter“ enthält einen Bericht über die Minkowskische Geometrie, die zwei Hauptsätze von MINKOWSKI und ihre Verallgemeinerungen, ferner über kritische Gitter und dichteste gitterförmige Lagerungen kongruenter Körper. Kapitel B: „Sternkörper“ ist eine ausführliche Bearbeitung der neueren Ergebnisse über nicht-konvexe Körper. Auch die Ergebnisse über spezielle Sternkörper, und eine Reihe von MAHLER herrührenden Vermutungen und Problemen sind mitgeteilt. Kapitel C ist dem Problemkreis des Minkowskischen Linearformensatzes gewidmet. Hier ist zu finden die Bibliografie des Minkowski—Hajósschen Satzes, endlich folgen Sätze über diophantische Approximationen. Kapitel D berichtet über die Ergebnisse über das

Minimum homogener Formen. Die Paragraphen sind: definite quadratische Formen und dichteste Kugelpackung; höhere Minima; indefinite binäre Minimalformen; indefinite binäre Formen in imaginär-quadratischen Zahlkörpern; binäre positiv-definite Hermitesche Formen; ternäre indefinite Formen; binäre kubische Formen; Potenzsummen; Produkte homogener Linearformen. Das folgende Kapitel E: „Inhomogene Formen“ bringt ausführlich die Ergebnisse über das Produkt inhomogener Linearformen. Kapitel F: „Definite quadratische Formen“ gibt eine schöne Übersicht über das Reduktionsproblem. Es werden auch die Ergebnisse von VORONOI über Paralleloeder angeführt. Kapitel G berichtet über zahlen-geometrische Methoden in der Theorie der Kettenbrüchen. Auch Anwendungen an algebraische Zahlentheorie sind angegeben. Die Anwendungen an algebraische Zahlentheorie bilden den Gegenstand des folgenden Kapitels H. Es werden die Probleme der Diskriminante eines Zahlkörpers, der Einheiten und der Idealklassen diskutiert, und die Zusammenhänge mit der Galoisschen Theorie gezeigt. Kapitel I führt endlich die Resultate von TIETZE über Partitionen und Gitterpunktfiguren an.

Über all diese Gegenstände ist vom Heftchen ein klares Überblick zu gewinnen. Dabei geben 416 Fußnoten eine ausführliche Bibliographie der behandelten Fragen.

Á. Korányi (Szeged)

A. Scholz und B. Schoeneberg, Einführung in die Zahlentheorie. Zweite Auflage (Sammlung Götschen, Nr. 1131), 128 Seiten, Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1955.

Das vorliegende Buch stellt eine neubearbeitete Auflage des Werkes von A. SCHOLZ mit demselben Titel dar. Die neue Ausgabe kann auf ein ebenso ausgebreitetes Interesse rechnen, wie die originale. Wegen seiner kurzgefaßter, aber doch immer klarer und exakter Darstellung wird das Büchlein schon dem anfängenden Leser ein nützlicher Freund sein. Der Überarbeiter hat gegen der Originalauflage mehrere Änderungen angebracht. Neben stilären und methodischen Änderungen sind an mehreren Stellen neue Beweise angeführt (so z. B. bei der Möbiusschen Umkehrformel), oder die Beweise sind durch Zergliederung einiger Sätze verständlicher gemacht (z. B. im Kapitel über quadratische Formen). Aus der neuen Auflage ist das ursprüngliche erste Kapitel über die Arithmetik natürlicher Zahlen ausgeblieben, es werden nur die Sätze aufgezählt, die im späteren Anwendung finden. Das letzte Kapitel der ersten Auflage (Algorithmisches Rechnen) wurde ganz weggelassen.

Die neue Auflage enthält die folgenden Abschnitte: I. Teilbarkeitsrechnen, II. Kongruenzen, Restklassen, III. Quadratische Reste, IV. Quadratische Formen. Das inhaltsreiche und wertvolle Buch ist mit einem gut brauchbaren Sach- und Namenregister versehen.

J. Szendrei (Szeged)

LIVRES REÇUS PAR LA RÉDACTION.

- H. Bachmann, Transfinite Zahlen** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 1), VII + 204 Seiten, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 29,80.
- L. Bieberbach, Analytische Fortsetzung** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 3), IV + 168 Seiten, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 24,80.
- H. Boerner, Darstellungen von Gruppen mit Berücksichtigung der Bedürfnisse der modernen Physik** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Band LXXIV), XI + 287 Seiten, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 33.
- E. Borel—A. Chéron, Théorie mathématique du bridge à la portée de tous** (Monographies des probabilités, Calcul des probabilités et ses applications, Fascicule V), Deuxième édition revue et corrigée, XVIII + 424 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1955.
- L. Collatz, Numerische Behandlung von Differentialgleichungen** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band LX), zweite Auflage, XV + 526 Seiten, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 56.
- R. Courant, Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung. Erster Band: Funktionen einer Veränderlichen. Dritte, verbesserte Auflage**, XI + 450 Seiten, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 33.
- R. Damien, Théorème sur les surfaces d'onde en optique géométrique avec une note sur le miroir intégral**, 34 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1955. — 900 fr.
- J. Dieudonné, La géométrie des groupes classiques** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 5, Reihe: Gruppentheorie), VII + 115 pages, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 12,60.
- H. Dölp—E. Netto, Grundzüge und Aufgaben der Differential- und Integralrechnung nebst den Resultaten**, verbesserte Auflage, 201 Seiten, Berlin, Verlag Alfred Töpelmann, 1955. — DM 4,80.
- A. Einstein, Sur l'électrodynamique des corps en mouvement.** Traduit par M. Solovine (Les maîtres de la pensée scientifique, Collection de mémoires et ouvrages), 56 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1955. — 300 fr.
- O. Haupt—G. Aumann, Differential- und Integralrechnung unter besonderer Berücksichtigung neuer Ergebnisse**, zweite, völlig neubearbeitete Auflage unter Mitwirkung von **Christian Y. Pauc**, III. Band: **Integralrechnung** (Göschens Lehrbücherei, Gruppe: Reine und angewandte Mathematik, Band 26), XI + 319 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter, 1955. — DM 28.
- G. Julia, Cours de géométrie infinitésimale**, cinquième fascicule, **Géométrie infinitésimale**, deuxième partie: **Théorie des surfaces**. Deuxième édition entièrement refondue, 145 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1955. — 2400 fr.
- E. Kamke, Mengenlehre** (Sammlung Göschens, Band 999/999a), dritte neugearbeitete Auflage, 194 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter, 1955. — DM 4,80.
- J. Lelong-Ferrand, Représentation conforme et transformations à intégrale de Dirichlet bornée** (Cahiers scientifiques, fascicule XXII), VII + 257 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1955. — 4000 fr.
- E. Lutz, Sur les approximations diophantiennes linéaires p -adiques** (Actualités scientifiques et industrielles, No 1224), 106 pages, Paris, Hermann, 1955.
- C. Miranda, Equazioni alle derivate parziali di tipo ellittico** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 2), VIII + 222 Seiten, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 28,80.

- G. Pickert, **Projektive Ebenen** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band LXXX), VIII + 343 Seiten, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 44,80.
- H. Poincaré, **Oeuvres**, tome X, **Physique mathématique**, X + 632 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1954. —
- L. Rougier, **Traité de la connaissance**, 450 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1955. — 2200 fr.
- P. Samuel, **Méthodes d'algèbre abstraite en géométrie algébrique** (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 4), IX + 123 Seiten, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 23,60.
- H. Sanden, **Praxis der Differentialgleichungen**, vierte, erweiterte Auflage, 114 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter, 1955. — DM 6,80.
- F. G. Tricomi, **Vorlesungen über Orthogonalreihen** (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band LXXVI), übersetzt und zum Druck bearbeitet von F. Kasch, VIII + 264 Seiten, Berlin, Göttingen und Heidelberg, Springer-Verlag, 1955. — DM 34.
- Mémoires des sciences mathématiques**, fascicules 130—131, Paris, Gauthier-Villars.
130. M. H. PAILLOUX, **Une aspect du calcul tensoriel**, 74 pages, 1955. — 1100 fr.
131. F. POLLACZEK, **Sur une généralisation des polynomes de Jacobi**, 55 pages, 1956. — 1000 fr.